



مشاوره تحصیلی هیوا

تخصصی ترین سایت مشاوره کشور

مشاوره تخصصی ثبت نام مدارس ، برنامه ریزی درسی و آمادگی
برای امتحانات مدارس

برای ورود به صفحه مشاوره مدارس کلیک کنید

برای ورود به صفحه نمونه سوالات امتحانی کلیک کنید

تماس با مشاور تحصیلی مدارس

۹۰۹۹۰۷۱۷۸۹



تماس از تلفن ثابت

۱- دامنه تابع $f(x) = \lg(5\pi x)$ را حساب کنید. **هیا تخصصی ترین سایت مشاوره کشور**

« پاسخ »

$$5\pi x \neq k\pi + \frac{\pi}{5} \xrightarrow{\div (5\pi)} x \neq \frac{k}{5} + \frac{1}{5} \Rightarrow D = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq \frac{k}{5} + \frac{1}{5} \right\}$$

۲- در تابع $f(x) = \pi \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) + 1$ تناوب، بیشترین و کمترین مقدار تابع را حساب کنید.

« پاسخ »

$$T = \frac{2\pi}{\left|\frac{\pi}{2}\right|} = 4$$

$$\begin{cases} y_{\max} = \pi(1) + 1 = \pi + 1 \\ y_{\min} = \pi(-1) + 1 = -\pi + 1 \end{cases}$$

۳- در تابع $f(x) = 2\cos^2 x - 2\sin^2 x + 3$ تناوب، بیشترین و کمترین مقدار تابع را حساب کنید.

« پاسخ »

$$\cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$f(x) = 2(\cos^2 x - \sin^2 x) + 3 \Rightarrow f(x) = 2\cos^2 x + 3$$

$$T = \frac{2\pi}{|2|} = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

$$\begin{cases} y_{\max} = 2(1) + 3 = 5 \\ y_{\min} = 2(-1) + 3 = 1 \end{cases}$$

۴- در تابع $f(x) = 5 - \sin x \cos x$ تناوب، بیشترین و کمترین مقدار تابع را حساب کنید.

« پاسخ »

$$\sin^2 \alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$$

$$f(x) = 5 - \sin x \cos x \Rightarrow f(x) = 5 - \frac{1}{2}\sin(2x)$$

$$T = \frac{2\pi}{|2|} = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

$$\begin{cases} y_{\min} = 5 - \frac{1}{2}(1) = 5 - \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \\ y_{\max} = 5 - \frac{1}{2}(-1) = 5 + \frac{1}{2} = \frac{11}{2} \end{cases}$$

۵- دامنه تابع $y = ۵ - ۲ \operatorname{tg}(\pi x)$ را به دست آورید. **هیا تخصصی ترین سایت مشاوره کشور**

« پاسخ »

$$y = ۵ - ۲ \operatorname{tg}(\pi x) \Rightarrow \pi x \neq k\pi + \frac{\pi}{۲} \xrightarrow{\div(\pi)} x \neq k + \frac{۱}{۲}$$

$$D = \left\{ x | x \in \mathbb{R}, x \neq k + \frac{۱}{۲} \right\}$$

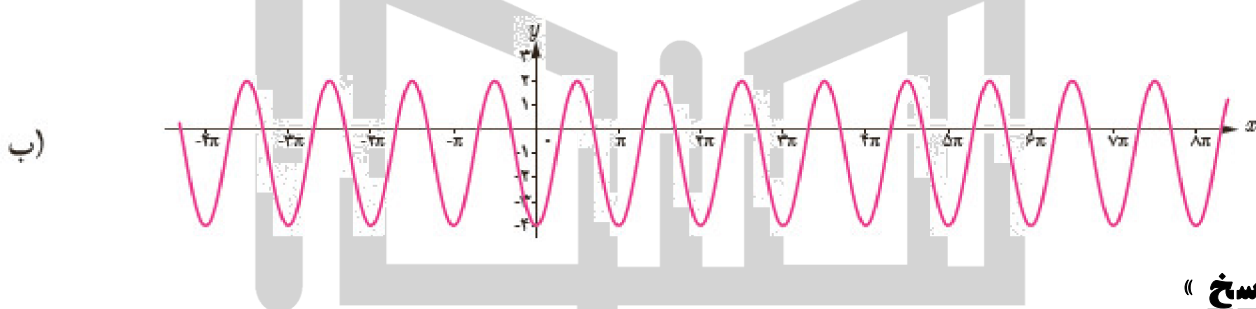
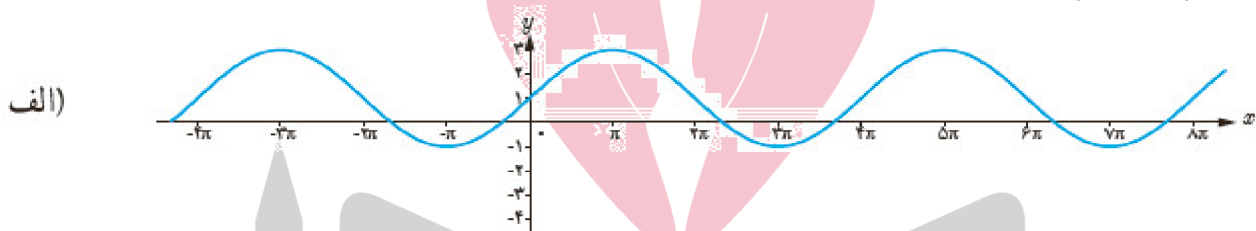
۶- در تابع $f(x) = ۵ - ۲ \cos(۳x)$ بیشترین و کمترین مقدار تابع را حساب کنید.

« پاسخ »

$$T = \frac{۲\pi}{|۳|} = \frac{۲\pi}{۳}$$

$$\begin{cases} y_{\text{Max}} = ۵ - ۲(-۱) = ۷ \\ y_{\text{Min}} = ۵ - ۲(۱) = ۳ \end{cases}$$

۷- ضابطه‌ی مربوط به هریک از نمودارهای داده شده را بنویسید.



« پاسخ »

الف) $\max = ۳, \min = -۱, T = ۴\pi$

$$c = \frac{۳ + (-۱)}{۲} = ۱, a = \frac{۳ - (-۱)}{۲} = ۲, |b| = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۴\pi} = \frac{۱}{۲}$$

$$y = ۲ \sin\left(\frac{۱}{۲}x\right) + ۱$$

$\max = ۲, \min = -۴, T = \pi$

ب) $c = \frac{۲ + (-۴)}{۲} = -۱, a = \frac{۲ - (-۴)}{۲} = ۳, |b| = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{\pi} = ۲$

$$y = -۳ \cos(۲x) - ۱$$



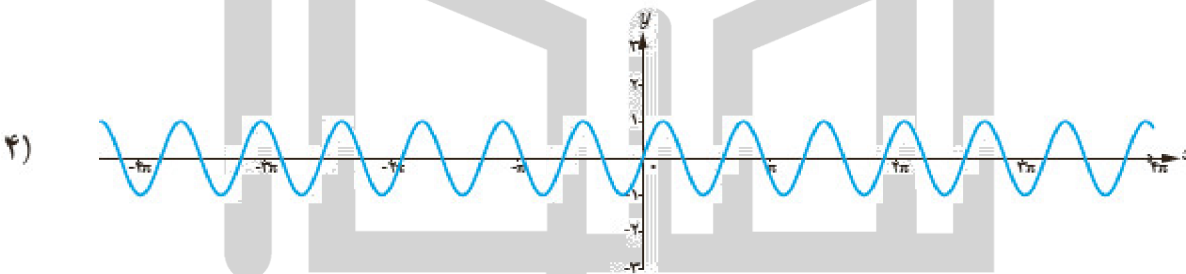
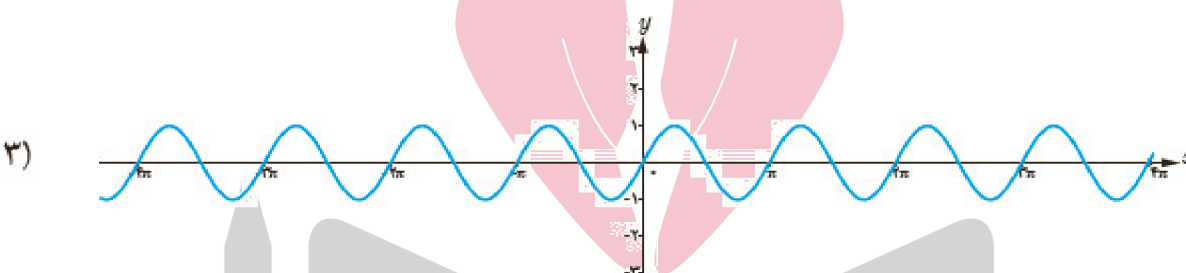
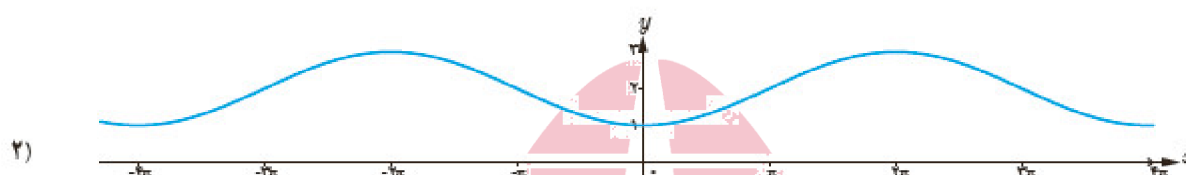
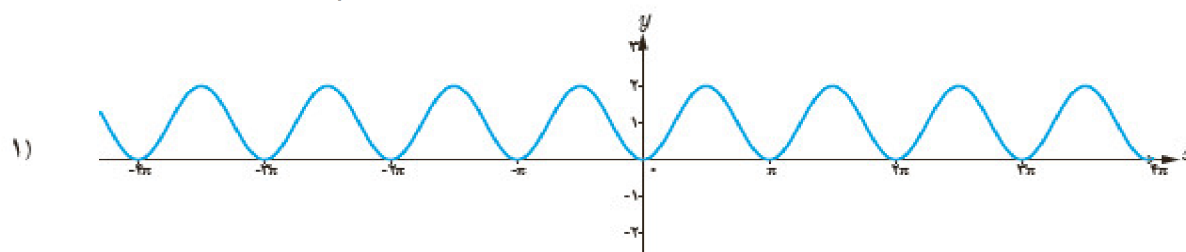
۸- هریک از توابع داده شده را با نمودارهای زیر تطبیق دهید

ب) $y = 2 - \cos \frac{1}{2}x$

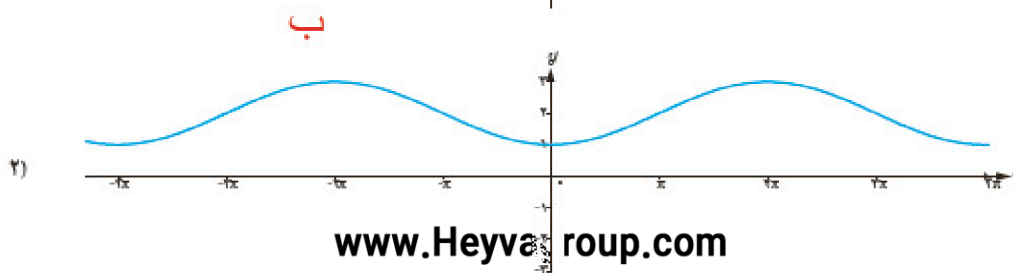
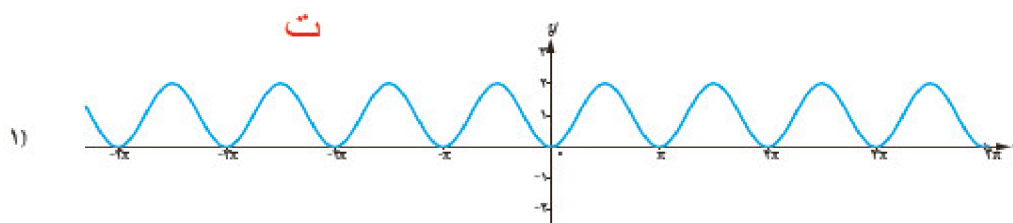
الف) $y = \sin \pi x$

ت) $y = 1 - \cos 2x$

پ) $y = \sin 2x$



« پاسخ »



۹- مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 1 - 2 \sin\left(\frac{\pi}{3}x\right)$ را به دست آورید.

« پاسخ »

$$\max = |-2| + 1 = 3 \quad , \quad \min = -|-2| + 1 = -1$$

۰/۲۵ ۰/۲۵

۱۰- الف) دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 2 - 3 \sin 4x$ را به دست آورید.
ب) دامنه تابع $f(x) = \operatorname{tg}(2x)$ را به دست آورید.

« پاسخ »

(الف)

$$\max = |3| + 2 = 5 \quad (0/25) \quad \min = -|3| + 2 = -1 \quad (0/25) \quad T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \quad (0/5)$$

$$2x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (0/25) \Rightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (0/25) \quad \text{ب)}$$

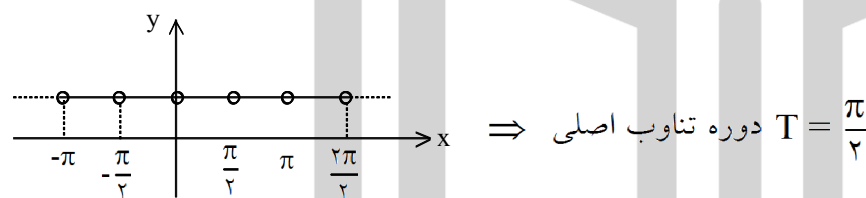
۱۱- تابع $y = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{Cotg} x$ مفروض است. نمودار تابع را رسم کنید و سپس دوره‌ی تناوب آن را تعیین کنید.

« پاسخ »

$$y = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{Cotg} x = 1$$

اگر $\cos x \neq 0$, $\sin x \neq 0$:

$$\Rightarrow D = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}, x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \right\}$$



۱۲- دوره‌ی تناوب تابع $f(x) = 3 \sin^2 2x + 2 \sin^2 3x$ را پیدا کنید.

« پاسخ »

$$T_1 = \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{6} \quad T_2 = \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{6} \rightarrow T_f = \text{م.م.ک} (T_1, T_2) = (6) \frac{\pi}{6} = \pi$$

۱۳- دوره‌ی تناوب تابع $f(x) = \text{tg } 2x + 2 \sin 3x$ را تعیین کنید. **هیبوا تخصصی ترین سایت مشاوره کشور**

« پاسخ »

$$\left. \begin{array}{l} y = \text{tg } 2x \rightarrow T_1 = \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{6} \\ y = 2 \sin 3x \rightarrow T_2 = \frac{2\pi}{3} = \frac{4\pi}{6} \end{array} \right\} \rightarrow T_f = \text{م.م.ك} (T_1, T_2) = (12) \frac{\pi}{6} = 2\pi$$

۱۴- نشان دهید تابع زیر متناوب است و دوره‌ی تناوب (دوره‌ی تناوب اصلی) آن را تعیین کنید.

$$y = 1 + \cos^2(x)$$

« پاسخ »

$$f(x) = 1 + \cos^2 x \rightarrow f(x) = 1 + \frac{1 + \cos 2x}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x$$

$$\begin{aligned} f(x + c) = f(x) &\rightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \cos(2x + 2c) = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x \rightarrow \cos(2x + 2c) = \cos 2x \\ &\rightarrow 2x + 2c = 2k\pi + 2x \rightarrow c = k\pi \Rightarrow T = \pi \end{aligned}$$



هيوآ تخصصی ترین سایت مشاوره کشور

۱۵- معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\sin \frac{\pi}{3} = \sin 3x$

پ) $\cos x = \cos 2x$

ث) $\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$

« پاسخ »

الف) $\sin \frac{\pi}{3} = \sin 3x$

$$1 = \sin 3x \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$$

ب) $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$

$$2\cos^2 x - 1 - \cos x + 1 \Rightarrow \cos x(2\cos x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 2\cos x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

پ) $\cos x = \cos 2x \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + 2x \Rightarrow x = -2k\pi \\ x = 2k\pi - 2x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases}$

ت) $\cos 2x - 3\sin x + 1 = 0 \Rightarrow 1 - 2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0 \Rightarrow 2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$

ث) $\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4} \Rightarrow 1 - \sin^2 x - \sin x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin^2 x + \sin x - \frac{3}{4} = 0$

$$\xrightarrow{\sin x = t} t^2 + t - \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow \Delta = 1 + 3 = 4 \Rightarrow t = \frac{-1 \pm 2}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \\ \sin x = -\frac{3}{2} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \\ \sin x = \frac{-3}{2} \text{ غير ممكن} \end{cases}$$

ج) $\sin x - \cos 2x = 0 \Rightarrow \sin x = \cos 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) \Rightarrow x = -2k\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

۱۶- معادله‌ی مثلثاتی $\cos^2 \alpha - \sin \alpha + 1 = 1$ را حل کرده، جواب‌های کلی آن را بنویسید.

« پاسخ »

$$\underbrace{1 - 2 \sin^2 \alpha - \sin \alpha + 1 = 1}_{0/25} \Rightarrow 2 \sin^2 \alpha + \sin \alpha - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = -1 \\ \sin \alpha = \frac{1}{2} \end{cases}_{0/5}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{6}; \alpha = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

0/5

۱۷- معادله مثلثاتی $\cos^3 x - \cos x = 0$ را حل کنید.

« پاسخ »

$$\cos^3 x = \cos x \quad (0/25) \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + x \quad (0/25) \Rightarrow x = k\pi \quad (0/25) \\ 3x = 2k\pi - x \quad (0/25) \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \quad (0/25) \end{cases}$$

۱۸- معادله $2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$ را حل کنید.

« پاسخ »

$$2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \quad (0/25) \Rightarrow x = 2k\pi + \pi \quad (0/25) \\ \cos x = \frac{1}{2} \quad (0/25) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (0/25) \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \quad (0/25) \end{cases} \end{cases}$$

۱۹- درستی تساوی زیر را ثابت کنید.

$$\cos^4 x - \sin^4 x = \cos 2x$$

« پاسخ »

$$\cos^4 x - \sin^4 x = (\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x) = \cos 2x \times 1 = \cos 2x$$

(0/25) (0/25) (0/25)

(صفحات ۳۵ و ۳۶)

هیوا تخصصی ترین سایت مشاوره کشور

۲۰- فرض کنید $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ و α زاویه‌ای حاده باشد، حاصل $\cos 2\alpha$ را به دست آورید.

« پاسخ »

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 1 - 2 \left(\frac{16}{25} \right) = -\frac{7}{25}$$

۲۱- معادله‌ی مثلثاتی $\sin 5x = \sin 2x$ را حل کنید.

« پاسخ »

$$5x = 2k\pi + 2x \quad (0/25) \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \quad (0/25)$$

$$5x = 2k\pi + (\pi - 2x) \quad (0/25) \Rightarrow 7x = (2k+1)\pi \quad (0/25) \Rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{7} \quad (0/25)$$

۲۲- معادله‌ی مثلثاتی $2 \sin^2 x - \sin x = 0$ را حل کرده و جواب‌هایی که در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ هستند را تعیین کنید.

« پاسخ »

$$\sin x (2 \sin x - 1) = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \quad (0/25) \Rightarrow x = 0, \pi, 2\pi \quad (0/25)$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2k\pi + \frac{\pi}{6} \quad (0/25) \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} \quad (0/25), x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \quad (0/25) \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6} \quad (0/25)$$

۲۳- فرض کنید $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ و α زاویه‌ی حاده باشد. حاصل $\sin 2\alpha$ را به دست آورید.

« پاسخ »

$$1 + \tan^2 \alpha \quad (0/25) = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \frac{9}{16} = \frac{25}{16} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{4}{5} \quad (0/25)$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5} \quad (0/25)$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad (0/25) = 2 \left(\frac{3}{5} \right) \left(\frac{4}{5} \right) = \frac{24}{25} \quad (0/25)$$

۲۴- معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید. **هیوا تخصصی ترین سایت مشاوره کشور**

$$2 \sin x - \sqrt{2} = 0$$

« پاسخ »

$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (0/25) \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} & (0/25) \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} & (0/25) \end{cases}$$

۲۵- درستی برابری زیر را ثابت کنید.

$$\frac{\sin x}{1 + \cos x} = \tan \frac{x}{2}$$

« پاسخ »

$$\text{طرف چپ: } \frac{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{1 + \cos \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}} = \frac{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{\cos^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2}} = \frac{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} = \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} = \tan \frac{x}{2}$$

۲۶- فرض کنید $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ و $\sin \beta = \frac{15}{17}$ و α حاده و β منفرد باشد، عبارت زیر را محاسبه کنید.

$$\cos 2\alpha$$

« پاسخ »

$$\sin \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{9}{25} - \frac{16}{25} = \frac{-7}{25}$$

۲۷- کلیه‌ی جواب‌های معادله‌ی $2 \cos^2 x - \cos x = 0$ را تعیین کنید.

« پاسخ »

$$\cos x (2 \cos x - 1) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 & (0/25) \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} & (0/25) \\ 2 \cos x - 1 = 0 & (0/25) \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \end{cases} & (0/25) \end{cases}$$